

Práctica: la sombra del mediodía, la latitud y el tamaño de la Tierra

Observación en el patio del centro: con un gnomon vertical se determina el mediodía solar y la dirección norte, se mide la altura del Sol y se calcula la latitud. Con los datos de otro centro situado más al norte o al sur se estima la circunferencia terrestre con el método de Eratóstenes.

DURACIÓN

2 sesiones de 55 min (una de observación al mediodía solar y otra de tratamiento de datos)

AGRUPACIÓN

grupos de 3

UNIDAD 6

El universo, el sistema solar y la Tierra: origen y movimientos

MATERIALES

- Gnomon: listón o varilla recta de 1,000 m de altura sobre el suelo (medida con cinta métrica), con base que la mantenga vertical
- Plomada y nivel de burbuja
- Tablero de contrachapado de al menos 1,2 m × 0,8 m, o una zona de suelo horizontal comprobada con el nivel
- Cinta métrica o flexómetro de resolución 1 mm, tiza o rotulador, cronómetro o reloj
- Gorra, agua y crema de protección solar
- Para la parte C: datos de un centro colaborador situado a varios cientos de kilómetros al norte o al sur, medidos el mismo día

ENCAJE CURRICULAR · Saberes C.2 · Comp. específicas CE1, CE2, CE4 · Comp. clave STEM, CCL, CD, CPSAA

Criterios: 1.2, 2.2, 4.1, 4.2

Objetivo

Determinar el mediodía solar y la dirección norte-sur con la sombra de un gnomon, medir la altura del Sol y calcular la latitud del centro. Con los datos de otro centro, estimar la circunferencia de la Tierra con el método de Eratóstenes y analizar la incertidumbre del resultado.

Planteamiento

Antes de salir al patio, cada grupo escribe y justifica dos predicciones:

1. ¿A qué hora del reloj creéis que la sombra será más corta? ¿Hacia qué punto cardinal apuntará?
2. Si otro centro situado unos 450 km más al norte mide su sombra el mismo día y con un gnomon igual, ¿su sombra será más larga o más corta que la vuestra? ¿Por qué?

Normas de seguridad específicas

- **No se mira nunca al Sol directamente**, ni a simple vista ni a través de gafas de sol, radiografías, cristales ahumados, prismáticos o la cámara del móvil. Todas las medidas se hacen sobre la sombra, que es lo único que hay que mirar. La retina puede dañarse sin dolor y de forma permanente.

- ## Procedimiento

1. Colocad el tablero en una zona soleada del patio y comprobad con el nivel que está horizontal en dos direcciones perpendiculares. Calzadlo si hace falta.
2. Fijad el gnomon en el tablero y comprobad con la plomada que está vertical, por dos lados. Medid su altura L desde el tablero hasta la punta (1,000 m).
3. Unos 45 minutos antes del mediodía solar previsto (el profesorado os dará la hora aproximada), marcad la punta de la sombra y anotad la hora. Repetid cada 5 minutos durante una hora y media.
4. Medid la distancia del pie del gnomon a cada marca. La marca más cercana es el mediodía solar: anotad su hora y su longitud, s.
5. Trazad la línea entre el pie del gnomon y esa marca: es la dirección norte-sur. Comprobadla con la brújula del móvil y anotad la diferencia.

6. Calculad la altura del Sol, $\tan h = L / s$, y la declinación del Sol ese día (si estáis cerca de un equinoccio, $\delta \approx 0^\circ$; si no, consultadla en Stellarium o en el anuario que os indique el profesorado).
7. Calculad la latitud, $\varphi = 90^\circ - h + \delta$, y comparadla con la del centro en el visor cartográfico del IGN.

8. Intercambiad la altura del Sol con el centro colaborador, medida el mismo día.
9. Medid en el visor del IGN la distancia norte-sur entre los dos centros (solo la componente norte-sur, no la distancia en línea recta).
10. Calculad la circunferencia: $C = (360^\circ / \Delta h) \times d$.

HORA	LONGITUD DE LA SOMBRA (M)

RESULTADO	VALOR
Altura del gnomon, L (m)	
Hora del mediodía solar	
Sombra mínima, s (m)	
Altura del Sol, h ($^{\circ}$)	
Declinación del Sol ese día, δ ($^{\circ}$)	
Latitud calculada, φ ($^{\circ}$)	

Latitud del mapa (°)
Altura del Sol en el centro colaborador (°)
Distancia norte-sur entre los centros, d (km)
Circunferencia calculada, C (km)

Tratamiento de datos y cuestiones

1. Representad la longitud de la sombra frente a la hora. ¿Qué forma tiene la gráfica? ¿Por qué el mínimo no está a las 12:00 del reloj?
2. Calculad h y ϕ . Estimad la incertidumbre de h a partir de la resolución con que habéis medido la sombra (si $L = 1$ m, $\Delta h = \Delta s / (1 + s^2)$ en radianes).
3. Explicad por qué, si los dos centros miden el mismo día, no hace falta conocer la declinación del Sol para la parte C.
4. Calculad la circunferencia de la Tierra y su incertidumbre. ¿Es compatible con el valor aceptado, unos 40 000 km?
5. La distancia entre los dos centros se ha tomado de un mapa. ¿Es del todo independiente del tamaño de la Tierra que queréis medir? ¿Qué habría pasado si el otro centro estuviera solo a 50 km?
6. ¿Cómo sería la sombra del mismo gnomon al mediodía del solsticio de diciembre y del de junio? Relacionadlo con las estaciones.
7. Comparad los resultados con las predicciones iniciales y redactad el informe con la estructura de la unidad 1.

Alternativa virtual

Si el día está nublado o no hay un centro colaborador, la altura del Sol al mediodía para el lugar y la fecha se puede obtener con [Stellarium](#), un planetario libre y gratuito: se fija la ubicación del centro, se avanza el tiempo hasta que el Sol cruza el meridiano y se lee su altura. Con ella se calcula la sombra que habría dado el gnomon y se completan las cuestiones 2 a 6, usando como segundo centro otra ciudad de la que se busque su latitud y la altura del Sol el mismo día.

Rúbrica

CRITERIO	INSUFICIENTE (1)	SUFICIENTE (2)	NOTABLE (3)	EXCELENTE (4)
Trabajo experimental y seguridad (1.2)	Mira hacia el Sol o no completa las medidas	Completa las medidas con recordatorios	Comprueba verticalidad y horizontalidad y mide con regularidad sin recordatorios	Además, detecta y corrige fuentes de error durante la medida (penumbra, tablero movido)
Explicación del fenómeno (2.2)	No relaciona la sombra con la altura del Sol	Relaciona sombra y altura del Sol sin justificar el mediodía solar	Explica el mediodía solar, la dirección norte y el papel de la declinación	Además, relaciona la variación anual de la sombra con la inclinación del eje
Cálculo y unidades (4.1)	Errores de trigonometría o de unidades que invalidan el resultado	Calcula h y ϕ con algún error menor	Calcula h , ϕ y C con unidades y cifras significativas correctas	Además, calcula y expresa la incertidumbre de C
Análisis crítico (4.2)	Acepta el resultado sin discutirlo	Cita una fuente de error genérica	Identifica las fuentes de error principales y su efecto	Además, detecta la dependencia de la

Solución orientativa

Para el profesorado: pasos de la resolución del ejercicio.

1. Mediodía solar: es el momento de la sombra más corta, no las 12:00 del reloj. En la España peninsular cae hacia las 13:00 en horario de invierno y hacia las 14:00 en horario de verano; varía con la longitud del centro y con la fecha. La línea que une el pie del gnomon con la marca de la sombra mínima es la dirección norte-sur (meridiano local), y la sombra apunta al norte.
2. Ejemplo de datos (Valencia, $\varphi = 39,47^\circ$ N, medida en un equinoccio, $\delta \approx 0^\circ$): gnomon $L = 1,000$ m, sombra mínima $s = 0,824$ m. Altura del Sol: $h = \arctan(L/s) = \arctan(1,000/0,824) = 50,51^\circ$. Latitud: $\varphi = 90^\circ - h + \delta = 90^\circ - 50,51^\circ + 0^\circ = 39,49^\circ$, a $0,02^\circ$ del valor del mapa. Si la medida no se hace en un equinoccio, hay que tomar δ del día en un programa planetario (por ejemplo, Stellarium) o en el anuario del Observatorio Astronómico Nacional.
3. Incertidumbre: con una resolución de $\pm 0,5$ cm en la sombra, la altura del Sol tiene una incertidumbre $\Delta h = \Delta s / (1 + s^2)$ (s en metros, con $L = 1$ m) $= 0,005 / (1 + 0,824^2)$ rad $= 2,98 \times 10^{-3}$ rad $= 0,17^\circ$. Un gnomon inclinado 1 mm por metro introduce un error de unos $0,06^\circ$ ($\arctan 0,001$). Errores típicos que deben aparecer en el análisis: gnomon no vertical, suelo no horizontal, borde de la sombra difuso (penumbra) y medir lejos del mediodía solar.
4. Parte C, ejemplo con un centro de Santander ($\varphi = 43,46^\circ$ N), el mismo día: sombra mínima $0,948$ m con un gnomon de $1,000$ m; $h = \arctan(1,000/0,948) = 46,53^\circ$. Diferencia de alturas: $\Delta h = 50,51^\circ - 46,53^\circ = 3,98^\circ$. Como la medida es del mismo día, la declinación δ se cancela y Δh es igual a la diferencia de latitudes.
5. Parte C, circunferencia: distancia norte-sur entre los dos centros, medida en un visor cartográfico del IGN: unos 444 km. $C = (360^\circ / \Delta h) \times d = (360^\circ / 3,98^\circ) \times 444$ km $= 4,02 \times 10^4$ km. Incertidumbre: combinando las dos medidas ($0,17^\circ$ y $0,15^\circ$), $\Delta(\Delta h) \approx \sqrt{(0,17^2 + 0,15^2)} = 0,23^\circ$, un $5,7\%$ de $3,98^\circ$; por tanto $C = (4,0 \pm 0,2) \times 10^4$ km. El valor aceptado de la circunferencia por los polos es de unos $40\,000$ km (la definición original del metro la fijó en $40\,000$ km), dentro de la incertidumbre.
6. Cuestión 5 (análisis crítico): la distancia del mapa ya está calculada con un modelo de Tierra de tamaño conocido, así que, en rigor, el resultado no es independiente. Eratóstenes tomó la distancia de medidas sobre el terreno; para evitar el círculo se podría medir la distancia con el cuentakilómetros de un coche por una carretera casi norte-sur, a costa de una incertidumbre mayor. Se valora que el grupo lo detecte. Con dos centros a solo 50 km de distancia, Δh sería de unos $0,45^\circ$, del orden de la incertidumbre de la medida, y el resultado no tendría valor: hace falta separación norte-sur grande.
7. Cuestión 6 (estaciones): la misma medida en el solsticio de diciembre daría $h = 90^\circ - 39,47^\circ - 23,44^\circ = 27,09^\circ$ y una sombra de $1,000 / \tan 27,09^\circ = 1,96$ m; en el de junio, $h = 73,97^\circ$ y sombra $0,29$ m. Es la prueba directa de que la altura del Sol cambia con las estaciones por la inclinación del eje.